

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

LÊ NHƯ QUỲNH

CỰC ĐẠI HÀM TUYẾN TÍNH TRÊN TẬP HỮU HIỆU  
CỦA BÀI TOÁN TỐI ƯU TUYẾN TÍNH ĐA MỤC TIÊU

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

LÊ NHƯ QUỲNH

**CỰC ĐẠI HÀM TUYẾN TÍNH TRÊN TẬP HỮU HIỆU  
CỦA BÀI TOÁN TỐI ƯU TUYẾN TÍNH ĐA MỤC TIÊU**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

**Chuyên ngành: Toán ứng dụng**

**Mã số: 60 46 01 12**

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

**GS.TS. TRẦN VŨ THIỆU**

**Thái Nguyên - 2017**

# Mục lục

<b>Danh mục các ký hiệu</b>	<b>i</b>
<b>Danh mục các hình vẽ</b>	<b>iii</b>
<b>Mở đầu</b>	<b>1</b>
<b>Chương 1. Kiến thức chuẩn bị</b>	<b>4</b>
1.1 Tập lồi đa diện . . . . .	4
1.2 Bài toán quy hoạch song tuyến tính . . . . .	7
1.3 Bài toán tối ưu tuyến tính đa mục tiêu . . . . .	15
1.4 Bài toán tối ưu tuyến tính hai cấp . . . . .	19
<b>Chương 2. Thuật toán giải bài toán cực đại hàm tuyến tính trên tập điểm     hữu hiệu</b>	<b>25</b>
2.1 Nội dung bài toán . . . . .	25
2.2 Cơ sở lý thuyết của thuật toán . . . . .	27
2.3 Thuật toán và sự hội tụ . . . . .	30
2.4 Ví dụ minh họa . . . . .	35
<b>Kết luận</b>	<b>40</b>
<b>Tài liệu tham khảo</b>	<b>42</b>
<b>Một số thuật ngữ thường sử dụng</b>	<b>44</b>

# Danh mục các ký hiệu

$\mathbb{R}^n$	Không gian Euclide $n$ -chiều
$\mathbb{R}_+^n$	Góc không âm trong $\mathbb{R}^n$
$\mathbb{R}_{++}^n$	Góc dương trong $\mathbb{R}^n$
$e$	Véc tơ với mọi thành phần bằng 1 ( $e = (1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^p$ )
$x \leq y$	Véc tơ $x$ nhỏ hơn hay bằng véc tơ $y$ ( $x_i \leq y_i, \forall i = 1, \dots, n$ )
$x \geq y$	Véc tơ $x$ lớn hơn hay bằng véc tơ $y$ ( $x_i \geq y_i, \forall i = 1, \dots, n$ )
$x \in X$	là một phần tử của tập $X$
$x \notin X$	$x$ không là phần tử của tập $X$
$\emptyset$	Tập hợp rỗng (tập không có phần tử nào)
$D$	Ký hiệu tập lồi đa diện
$F$	Ký hiệu diện của tập lồi đa diện
$A \cup B$	Hợp của hai tập $A$ và $B$
$A \cap B$	Giao của hai tập $A$ và $B$
$A \subset B$	$A$ là tập hợp con của $B$
$A \subseteq B$	$A$ là tập hợp con (có thể bằng) của $B$
$\text{conv } S$	Bao lồi của tập $S \subset \mathbb{R}^n$
$\dim S$	Thứ nguyên (hay số chiều) của tập $S \subset \mathbb{R}^n$
$\exists x$	Tồn tại $x$
$\forall x$	Với mọi $x$
(P)	Ký hiệu bài toán tối ưu tuyến tính đa mục tiêu
(Q)	Ký hiệu bài toán cực đại hàm tuyến tính trên tập $E^P$

- (BP) Ký hiệu bài toán quy hoạch song tuyến tính
- $E^P$  Tập các điểm hữu hiệu của bài toán (P)
- $E_d^P$  Tập các diện hữu hiệu của bài toán (P)

# Danh mục các hình vẽ

## Chương 1

Hình 1.1. Tập lời đa diện, đa diện lời và nón lời đa diện

## Chương 2

Hình 2.2. Sơ đồ khối thuật toán giải bài toán (Q)

Hình 2.3. Tập chấp nhận được D của bài toán (P)

# Mở đầu

Bài toán tối ưu hóa hàm tuyến tính, trên tập điểm hữu hiệu của bài toán tối ưu tuyến tính đa mục tiêu, phục vụ cho nhiều mục đích trong việc đề ra quyết định, liên quan tới nhiều mục tiêu khác nhau. Tuy nhiên, đó thường là một bài toán tối ưu toàn cục không dễ giải, bởi vì miền chấp nhận được của bài toán, trong trường hợp tổng quát, là một tập không lồi. Mặt khác, có thể xem nó như một bài toán tối ưu hai cấp, hiện đang được nhiều người quan tâm nghiên cứu, đặc biệt về mặt phương pháp giải bài toán. Luận văn đề cập tới bài toán tối ưu sau đây:

$$(Q) \quad \max\{d^T x : x \in E^P\}$$

trong đó  $d \in \mathbb{R}^n$  và  $E^P$  là tập điểm hữu hiệu của bài toán tối ưu tuyến tính đa mục tiêu:

$$(P) \quad V \max\{c_1^T x, \dots, c_p^T x\}, c_1, \dots, c_p \in \mathbb{R}^n$$

với điều kiện:  $Ax = b, x \geq 0$  ( $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$ ).

Có nhiều thuật toán khác nhau để giải bài toán (Q). Luận văn tìm hiểu và giới thiệu một thuật toán mới, dựa trên quy hoạch song tuyến tính, nêu ở tài liệu tham khảo [5] để giải bài toán tối ưu tuyến tính trên tập điểm hữu hiệu.

Luận văn được viết dựa chủ yếu trên các tài liệu tham khảo [1] - [7] hiện có và gồm hai chương:

Chương 1 “Kiến thức chuẩn bị”. Chương này nhắc lại một số kiến thức cơ sở về tập lồi đa diện, bài toán quy hoạch song tuyến tính, bài toán tối ưu tuyến tính đa mục tiêu và bài toán tối ưu hai cấp. Nội dung của chương được tham khảo chủ yếu

từ các tài liệu [1] - [4], [7], và bao gồm các tiểu mục sau:

1.1. Tập lồi đa diện và khái niệm có liên quan (xác định diện của tập lồi đa diện qua tập mô tả cực đại của nó).

1.2. Bài toán quy hoạch song tuyến tính: Nội dung bài toán, tính chất nghiệm của bài toán và thuật toán giải.

1.3. Bài toán tuyến tính đa mục tiêu: Nội dung bài toán và tính chất của điểm và diện hữu hiệu.

1.4. Bài toán tối ưu tuyến tính hai cấp: Nội dung bài toán và tính chất (đặc biệt là tính chất tối ưu tuyến tính hai cấp là bài toán NP - khó).

Chương 2 “Thuật toán giải bài toán cực đại hàm tuyến tính trên tập điểm hữu hiệu”. Chương này đề cập tới bài toán tối ưu hóa hàm tuyến tính trên tập điểm hữu hiệu của bài toán tối ưu tuyến tính đa mục tiêu và trình bày thuật toán song tuyến tính, được nêu ra ở tài liệu tham khảo [5], để giải bài toán. Nội dung của chương được tham khảo chủ yếu từ các tài liệu [5] - [7] và bao gồm các tiểu mục sau:

2.1. Nội dung bài toán: liên hệ với tối ưu toàn cục và tối ưu hai cấp.

2.2. Cơ sở lý thuyết của thuật toán: các định lý đưa bài toán về quy hoạch song tuyến tính.

2.3. Thuật toán và sự hội tụ: các bước của thuật toán và sự hội tụ hữu hạn tới nghiệm tối ưu toàn cục chính xác.

2.4. Ví dụ minh họa: Xét ví dụ số trong  $\mathbb{R}^3$ .

Do thời gian có hạn nên luận văn này chủ yếu chỉ dừng lại ở việc tìm hiểu, tập hợp tài liệu, sắp xếp và trình bày các kết quả nghiên cứu đã có theo chủ đề đặt ra. Trong quá trình viết luận văn cũng như trong soạn thảo văn bản chắc chắn không tránh khỏi có những sai sót nhất định. Tác giả luận văn rất mong nhận được sự góp ý của các thầy cô và các bạn đồng nghiệp để luận văn được hoàn thiện hơn.

Nhân dịp này, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy hướng dẫn GS. TS. Trần Vũ Thiệu đã tận tình giúp đỡ trong suốt quá trình làm luận văn. Tác giả cũng xin chân thành cảm ơn các GS, PGS, TS của Khoa Toán-Tin, Trường Đại học Khoa học Thái Nguyên và của Viện Toán học, Viện Công nghệ thông tin thuộc Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam đã giảng dạy và tạo mọi điều kiện thuận



lợi trong quá trình tác giả học tập và nghiên cứu.

*Thái Nguyên, tháng 5 năm 2017*

Tác giả luận văn

**Lê Như Quỳnh**

# Chương 1

## Kiến thức chuẩn bị

Chương này nhắc lại một số kiến thức cơ bản về tập lồi đa diện, bài toán quy hoạch song tuyến tính, bài toán tối ưu tuyến tính đa mục tiêu và bài toán tối ưu hai cấp. Các kiến thức này sẽ cần đến cho thuật toán trình bày ở chương sau. Nội dung của chương được tham khảo chủ yếu từ các tài liệu [1] - [4], [7].

### 1.1 Tập lồi đa diện

Tập lồi là một khái niệm cơ bản trong lý thuyết tối ưu và tập lồi đa diện là một dạng tập lồi đơn giản và rất hay gặp trong lý thuyết tối ưu tuyến tính. Ta nhắc lại ở đây các khái niệm cơ bản này và các kiến thức liên quan.

**Định nghĩa 1.1.** Tập  $C \subseteq \mathbb{R}^n$  được gọi là một tập lồi (convex set) nếu với bất kỳ  $x, y \in C$  và bất kỳ số thực  $\lambda \in [0, 1]$  thì phải có  $\lambda x + (1 - \lambda)y \in C$ .

Theo định nghĩa này, tập  $\emptyset$ , tập chỉ có một phần tử và  $\mathbb{R}^n$  là các tập lồi.

• Ta để ý tới một số dạng tập lồi đặc biệt sau đây:

- Tập afin là tập chứa trọn đường thẳng đi qua hai điểm bất kỳ thuộc nó.
- Siêu phẳng là tập lồi dạng  $H = \{x \in \mathbb{R}^n : a^T x = \alpha\}$ ,  $a \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- Các nửa không gian đóng

$$H^+ = \{x \in \mathbb{R}^n : a^T x \geq \alpha\}, H^- = \{x \in \mathbb{R}^n : a^T x \leq \alpha\}.$$